

Inducción.

• Demostrar por inducción:

a) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$

b) $2 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1}$

c) $4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + \dots + 3 \cdot 4^n = 4^{n+1}$

d) $x + (x - 1)x + (x - 1)x^2 + \dots + (x - 1)x^n = x^{n+1}$

e) $5 + 4,5 + 4,5^2 + \dots + 4,5^n = 5^{n+1}$

f) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$

g) $1 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + \dots + n \cdot 5^n = \frac{5 + (4n - 1) \cdot 5^{n+1}}{16}$

h) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

i) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

j) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

k) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

l) $6 + 20 + 34 + \dots + 2(7n - 4) = n(7n - 1)$

m) $5 + 3 + 1 + \dots + (7 - 2n) = n(6 - n)$

n) $3 + 6 + 12 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1} = 3 \cdot (2^n - 1)$

o) $2^n > n$

p) $x^n - y^n$ es divisible por $x - y$

q) $n < \frac{n^2 - n}{2} + 2$ si $n > 10$

r) $\cos(x) \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) \cdot \dots \cdot \cos(2^n x) = \frac{\text{sen}(2^{n+1}x)}{2^{n+1}\text{sen}(x)}$